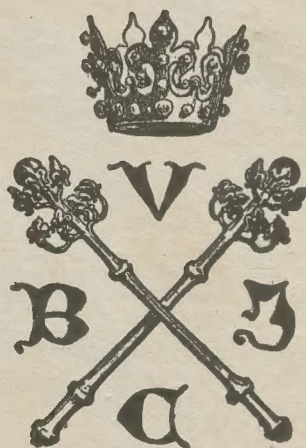




Мас. 51. Др.

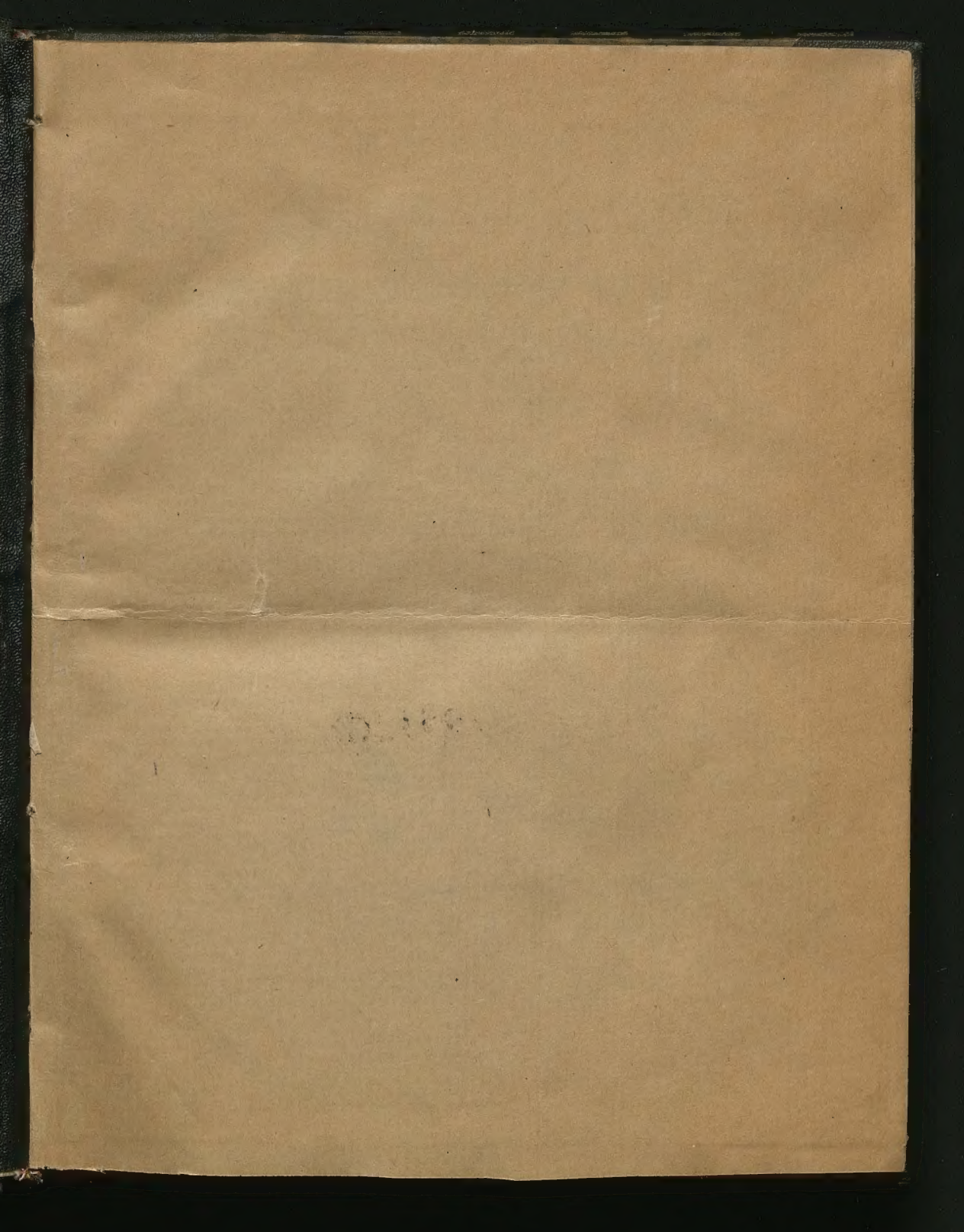
221960

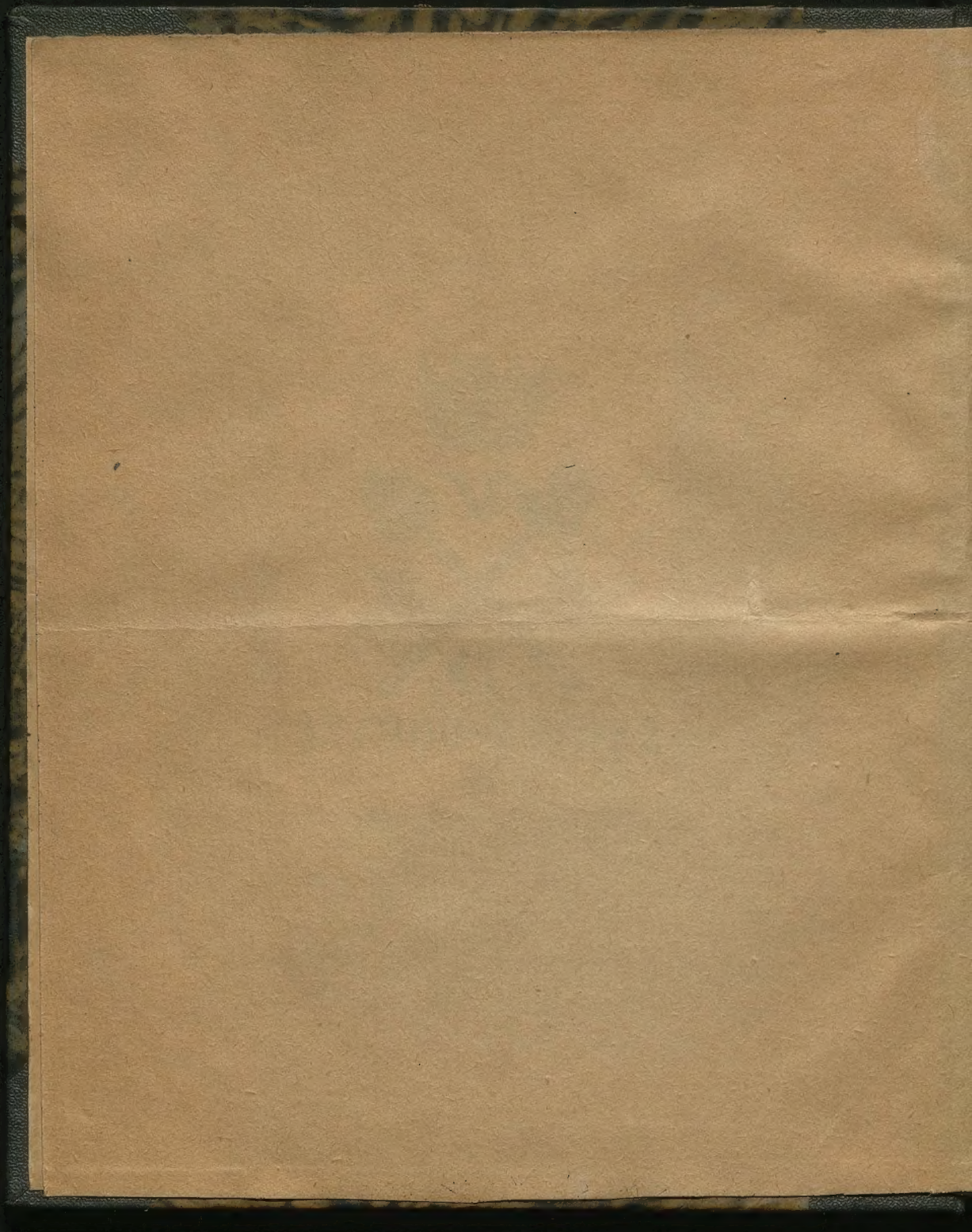
221982



221960-221982

I





DISSERTATIO

De Methodo demonstrativa perfectè quadrandi Circulum, & de Objectionibus contra eam factis.

13

1219727

1. **C**um edita hac Methodo demonst: nihil magis in optatis haberem, quam ut doctas nanciscerer objectiones, ope quarum ejus demonstrationes vel melius firmare, vel firmiores condere valerem, voti autem mei non fierem compos; constitui, communicata intentione mea cum Amico Judicii præstantis, anonymè præmium 50 Aureorum pro eo, qui præfatum scriptum directè & solidè refutaret, h. e. qui illud esse falsum, me convinceret argumentis invictis. Et ut consequerer finem mihi propositum, curavi id Anno 1775 Novis publicis inferendum. Obtulerunt se 5 Competitores, qui ad obtinendum præmium, mecum in arenam descendere erant parati, nempe: *Stetinii* Agrimensor; *Berolini* Magister Arithmetices; *Osvietimani* in *Moravia* Parochus; *Varsaviæ* Professor Phil. & *Heibachii*, quod est oppidum ad *Mænnum*, Organarius, qui autem non fuit susceptus. Priores duo, acceptis responsis meis, silentium servarunt perpetuum; tertius autem magis confidens in bonitate causæ suæ, & rejiciens argumenta mea, omnino ab Academia *Germania* judicari voluit; & cum id non fuisset consecutus, rogavit per literas Illustrissimum Baronem R. in hac Sede Regia tunc fungentem officio Legati S. C. M. ut auctoritatem suam interponeret; eique ad adipiscendos 50 Aureos anonymè promissos auxiliatrices porrigeret manus: id quod me permovit ad notificandum Illustri Legato, me esse Authorem præmii statuti, & ad exponendum illi statum quæstionis, quo intellecto mihi respondit: *Indulgerem precibus Parochi, qui est subditus Imperatricis Reginae, si pecunia ei transmittenda mihi concederetur; ast quoniam adhuc sub Judice lis est; frustra auxilium meum implorat: nam controversis literatorum me non immisceo.* Cl. Parochus credebat æquè, ac Cl. Professor, quòd quadrare figuram esset perinde, ac invenire aream ejus in numero perfectè quadrato; ex quo porro conclusit, Quadraturam meam esse falsam, quia nullus Circulorum à me quadratorum esset numerus perfectè quadratus. Deinde negabat, lunulam esse æqualem quadrato radii, & quidem ideò, quia quadrata Cathetorum essent majora quadrato hypothenusæ; & his præclaris principiis innitebantur reliquæ ejus objectiones. Quartus Antagonistarum meorum adeò erat persuasus, se præmium meruisse, ut jam A. 1776 mihi ita scripserit: *lege attenta mente conclusionem mei scripti: Habes Vir Cl. & intelliges, quam ob causam potueram exigere præmium designatum illico post scriptum unum, si ad nostram causam decidendam Judices bene Matheseos periti adessent Varsaviæ, quod suspicabar.* Deinde aliquo tempore post coram nonnullis prorupit in hanc exclamationem: *Quid diceretur de me, si Extraneus vinceret Polonum!* Ut itaque de argumentis ejus rectè judicari queat, præmitto explanationem perspicuam tam Theorematis 2 Methodi: *Segmenta sunt ad lunulas ut 9:16,*

A

quàm

quàm *confirmationis* ejus in Scholio 2 ibidem contentæ. Theorema ipsum est. igitur sic intelligendum.

2. Posita diametro = 2, & ratione ejus ad peripheriam = 1 : p, erit lunula = $\frac{2}{3} a a$, & periph: = a p, quæ multiplicata per 8 vnam partem diametri, h. e. per $\frac{1}{3} a$, exhibet semicirculum $\frac{8}{3} a a p$, qui cum sit conflatus ex lunula & segmento; palam est, ablata ex eo lunulâ, relinqui segmentum $\frac{8}{3} a a p - \frac{2}{3} a a = \frac{2}{3} a a . (\frac{2}{3} p - 1)$; ex quo liquet, segmenta esse facta ex lunulis in exponentem, consequenter his proportionalia. Sit jam 1 : p = 7 : 22, erit p = $\frac{22}{7}$, & $\frac{1}{2} p - 1 = \frac{11}{7} - 1 = \frac{4}{7}$. Ergo segmenta excessiva sunt ad lunulas suas, ut 4 : 7. Sit porro 1 : p = 9 : 28, erit p = $\frac{28}{9}$, & $\frac{1}{2} p - 1 = \frac{14}{9} - 1 = \frac{5}{9}$. Ergo segmenta defectiva sunt ad lunulas suas, ut 5 : 9. Jam cum positis diametris = 6, 5, 2 & 1, lunulæ ipsis respondentes sint 9, $\frac{25}{4}$, 1 & $\frac{1}{4}$; inferatur 1mo: ut 9 : 5, ita lunula 1ma 9 ad segmen. suum defectiv. $\frac{45}{5}$; & ut 7 : 4, ita lunula 9 ad segmentum excessivum $\frac{36}{4}$. 2do: ut 9 : 5, ita lunula 2da $\frac{25}{4}$ ad segmen. defectivum, h. e. multiplicando 1mum & 3tium terminum per 4, ut 36 : 5, ita 25 ad segm. defect. $\frac{125}{5}$; & ut 7 : 4, ita lunula $\frac{25}{4}$ ad segm. excres. $\frac{100}{4}$. 3tio. ut 9 : 5, ita lunula 3tia 1 ad segm. defect. $\frac{1}{5}$, & ut 7 : 4, ita lunula 1 ad segm. excres. $\frac{7}{4}$. 4to: ut 9 : 5, ita lunula 4ta $\frac{1}{4}$ ad segm. defect. $\frac{1}{20}$; & ut 7 ad 4, ita lunula $\frac{1}{4}$ ad segm. excres. $\frac{7}{20}$. Deinde convertatur quodlibet par segmentorum falsorum in fractiones, quarum denominator communis sit 16, vel multiplas de 16, si diameter est numerus par; si autem est numerus impar, debet denominator communis esse 64, vel multiplas de 64, qui potest etiam semper esse 64, siue diameter sit numerus par, siue impar. Cum itaque diameter 1ma 6 sit numerus par; assumatur denominator communis 48 = 16 x 3 inferendo: ut denominator 9 segmenti defect. ad numeratorem suum 45, ita denominator 48 ad numeratorem quæsitum 240; & ut denominator 7 segment. excres. ad numeratorem suum 36, ita denominator communis 48 ad numeratorem quæsitum 246 + $\frac{6}{7}$. Addito deinde 1 ad numeratorem priorem, & omiſſa fractione $\frac{6}{7}$ ex posteriore, subscribatur utrique denominator communis 48; quo facto prodeunt fractiones $\frac{247}{48}$ & $\frac{246}{48}$, quarum prior est paulò major segmento defectivo, & posterior aliquantò minor excessivo. Sunt igitur inter utrumque segmentum 6 fractiones intermediæ, ad quas lunula 1ma est, ut 9 : $\frac{247}{48}$: $\frac{242}{48}$: $\frac{237}{48}$ &c. h. e. multiplicando omnes terminos per 48, ut 432 : 247 : 242 : 243 &c. & dividendo porro per mensuram communem maximam 27, ut 16 : $8\frac{25}{27}$: $8\frac{26}{27}$: 9 &c. Itaque sola 3tia ratio 9 : $8\frac{25}{27}$ est = 16 : 9. Contra, quoniam diameter 2da 5 est numerus impar, assumatur denominator communis 64, & inveniuntur simili modo inter segmentum defect. $\frac{125}{5}$ & excessivum $\frac{100}{4}$ 6 fractiones intermediæ, quarum 1ma est $\frac{223}{64}$, & ultima $\frac{228}{64}$. Est igitur lunula 2da ad has 6 fractiones, ut $\frac{25}{64}$: $\frac{223}{64}$: $\frac{224}{64}$: $\frac{225}{64}$ &c. h. e. multiplicando ubique per 64, ut 400 : 223 : 224 : 225 &c. ac dividendo per 25, ut 16 : $8\frac{23}{25}$: $8\frac{24}{25}$: 9 &c. Est igitur sola 3tia ratio $\frac{25}{64}$: $\frac{224}{25} = 16 : 9$. Jam cum diame-

ter

ter 3tia 2 sit numerus par, assumatur denominator communis $624 = 16 \times 39$, & reperientur inter segmentum defect. $\frac{5}{9}$ & excessivum $\frac{7}{10}$ fractiones intermediae, quarum ima est $\frac{347}{624}$ & ultima $\frac{351}{624}$; ad quas lunula 3tia est, ut $1 : \frac{347}{624} : \frac{348}{624} : \frac{349}{624} : \frac{350}{624} : \frac{351}{624}$ &c. h. e. multiplicando ubique per 624, ut $624 : 347 : 348 : 349 : 350 : 351$ &c. & dividendo deinde per 39, ut $16 : 8\frac{35}{39} : 8\frac{36}{39} : 8\frac{37}{39} : 8\frac{38}{39} : 9$ &c. Itaque sola 5ta ratio $1 : \frac{351}{624}$ est $= 16 : 9$. Quoniam denique diameter 4ta 1 est numerus impar, assumatur denominator communis $1280 = 64 \times 20$, & reperientur inter segm. defect. $\frac{5}{8}$, & excessivum $\frac{7}{9}$ fractiones 5 intermediae, quarum ima est $\frac{1280}{1280}$ & ultima $\frac{1280}{1280}$, ad quas lunula 4ta est, ut $\frac{1}{4} : \frac{1280}{1280} : \frac{1280}{1280} : \frac{1280}{1280}$ &c. h. e. multiplicando omnes terminos per 1280, ut $320 : 178 : 179 : 180$ &c. ac dividendo deinde per 20, ut $16 : 8\frac{18}{20} : 8\frac{19}{20} : 9$ &c. Est igitur sola 3tia ratio $\frac{1}{4} : \frac{1280}{1280} = 16 : 9$. Jam cum nulla alia ratio quadruplici seriei fractionum sit communis, nisi $16 : 9$, & eadem semper emergat; siue denominatores communes 48, 64, 624 & 1280 per alios numeros multiplicentur, siue ubique denominator communis 64 adhibeatur; dubitari nequit, quin segmenta sint ad lunulas suas, ut 9 : 16. Pari modo reperiantur segmenta $\frac{441}{64}$ & $\frac{729}{64}$ respondentia diametris $= 7$ & 9, & innumera alia.

3. Per lunulam defectivam intelligo in Scholio 2do Methodi eam, quæ est ad quadratum diametri, ut $143 : 576$; & per excessivam illam, quæ est ad quadratum diametri, ut $113 : 448$. Quare assumpta diametro $= 7$, lunula defectiva prodit $= \frac{700}{576}$ & excessiva $= \frac{547}{448}$. Posita autem diametro $= 9$, reperitur lunula defectiva $\frac{12583}{576}$, & excessiva $\frac{9153}{448}$. Ut igitur 2da pars dicti Scholii rite percipiatur, convertatur utrumque par lunularum falsarum in fractiones, quarum denominator communis sit 64, ita inter primum par emergent 12 fractiones intermediae, quarum prima est $\frac{779}{64}$ & ultima $\frac{780}{64}$, ad quas segmentum verum ejusdem diametri est, ut $\frac{441}{64} : \frac{779}{64}$ &c. h. e. multiplicando ubique per 64, ut $441 : 779 : 780 : 781 : 782 : 783 : 784$ &c. & dividendo deinde per 49, ut $9 : 15\frac{41}{49} : 15\frac{42}{49} : 15\frac{43}{49} : 15\frac{44}{49} : 15\frac{45}{49} : 16$. Itaque sola 6ta ratio $\frac{441}{64} : \frac{784}{64}$ est $= 9 : 16$. Inter 2dum par lunularum falsarum reperiantur 20 fractiones intermediae, quarum ima est $\frac{1288}{64}$ & ultima $\frac{1297}{64}$, ad quas segmentum verum est, ut $\frac{729}{64} : \frac{1288}{64}$ &c. h. e. multiplicando omnes terminos per 64, ut $729 : 1288 : 1289 : 1290 : 1291 : 1292 : 1293 : 1294 : 1295 : 1296$ &c. & dividendo deinde per 81, ut $9 : 15\frac{31}{81} : 15\frac{32}{81} : 15\frac{33}{81} : 15\frac{34}{81} : 15\frac{35}{81} : 15\frac{36}{81} : 15\frac{37}{81} : 15\frac{38}{81} : 15\frac{39}{81} : 16$ &c. Est ergo sola 9na ratio $729 : 1296 = 9 : 16$. Jam cum in utraque serie nullæ alie fractiones ad segmenta $\frac{441}{64}$ & $\frac{729}{64}$ habeant rationem $= 16 : 9$, nisi $\frac{784}{64}$ & $\frac{1296}{64} = \frac{49}{9}$ & $\frac{81}{9}$; legitime concludi potest, eas esse lunulas veras (neque de hoc dubitare licet, siquidem ex Theoremate Hippocratis liquet, lunulas, respondentis diametrorum quadratis 49 & 81, esse reverà $\frac{49}{9}$ & $\frac{81}{9}$) consequenter etiam segmenta $\frac{441}{64}$ & $\frac{729}{64}$, pro Antecedentibus posita, esse vera: nam si eadem quadrata diametrorum successivè comparantur cum

iisdem fractionibus inter lunulas falsas intermediis; patebit $49 : \frac{71}{8}$ esse $= 81 : \frac{129}{8} = 64 : 16$, consequenter fractiones $\frac{71}{8}$ & $\frac{129}{8}$ esse lunulas veras, quæ cum ideo prodeant, quia quadrata diametrorum pro Antecedentibus posita, sunt iustæ magnitudinis; necesse est, ut etiam segmenta $\frac{49}{8}$ & $\frac{72}{8}$ pro Antecedentibus assumpta, sint iusta, quia aliàs ex eorum comparatione cum fractionibus tam diversis nunquam possent determinari lunulæ veræ. Præmissis hisce explanationibus, accedo ad solvendas objectiones contra Methodum demonstrativam factas.

4. Cl. Professor Koc in sua Expositione brevi §. 1. inquit: *Fundamentum præcipuum Auctoris Meth. demonstr. est hæc propositio: Peripheria est tripla diametri cum minori, quam $\frac{1}{2}$ & majori quam $\frac{1}{3}$ ejusdem, ex qua ulterius intulit, quod ratio vera diametri ad periph. debeat esse media inter has duas $7 : 22$ & $9 : 28$, hancque non posse esse aliam, quam $1 : 3\frac{1}{3}$; & ibidem sub nota a fatur: Tum ratio $1 : 3\frac{1}{3}$ esset vera, si tantundem peccaretur excessu adhibendo rationem $1 : 3\frac{1}{2}$, quantum erratur per defectum ponendo $1 : 3\frac{1}{2}$. Ad quod ipsi respondi imo: Præmium fuit constitutum pro refutatione Methodi, non autem illius propositionis (peripheria est diametri tripla cum $\frac{1}{3}$) quæ nullatenus ad eam spectat (quia in Methodo est solum ex ratione segmenti ad lunulam $= 9 : 16$ deducta, non autem seorsim demonstrata). 2do: Indignus essem nomine Geometræ, si fecissem illationem tam absurdam, cujus falsitatem jam alibi ostendi, & quæ mox denuo patebit; hanc falsitatem autem ita ostendi: si illa tua illatio esset vera, deberet $\frac{1}{3}$ esse media arithmetice proportionalis inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$; sed inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ $= \frac{9}{14}$ & $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$ (ut patet ex divisione hujus summe per 2) media arithmetice proportionalis est $\frac{8}{14}$, non autem $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$: ergo illatio tua est falsa. Enimverò Adversarius, responsum meum pro more suo in sensum alienum detorquens, in epistola, 30 Aprilis Anni 1777 contra me edita, illud ita interpretatur: *Tria sunt inquit, in Refutatione Auctoris, quæ aliquam considerationem merentur.* 1. *Recessus à præcipuo fundamento suorum scriptorum: Peripheria est tripla diametri cum minori, quam $\frac{1}{2}$ & majori quam $\frac{1}{3}$ ejusdem, factus in hæc verba: Præmium fuit constitutum pro refutatione Methodi, non autem illius propositionis, quæ nullatenus ad eam spectat.* 2. *Ejurata mala illatio ex eodem fundamento facta: Indignus essem nomine Geometræ, si fecissem illationem tam absurdam.* 3. *Æquatio illa, per quam rationem segmentorum ad lunulas erutam, credidit esse veram. Tria hæc inquam, merentur aliquam considerationem, quia in illis cardo nostræ controversiæ vertitur; cetera aut à 3 punctis ad refellendum propositis dependent; aut declarant solum, quem animum erga me Auctor gerat: proinde tam hæc, quam illa præcipua discussione non indigent. Quod attinet ad unum, inquit ille, hæc propositio: Peripheria est tripla diametri cum minori quam $\frac{1}{2}$, & majori quam $\frac{1}{3}$ ejusdem, non solum aliorum scriptorum Auctoris est præcipuum fundamentum, sed etiam Methodi demonstrativæ,**

strativa, ex illa enim deducta sunt nota segmentorum pro veris reputatorum, per quas & ea, & rationem eorum ad lunulas correspondentes erronee in Theor: 2do Methodi demonstr. investigavit, erroneè, inquam, nam ideò sua segmenta asseruit esse vera, quia sunt proportionalia lunulis veris. Ideo segmenta mea sunt vera, quia ad lunulas suas habent eandem rationem $\equiv 9 : 16$; per quod distinguuntur ab omnibus aliis quantitibus proportionalibus. Sic circuli æquè ac quadrata diametrorum sunt quidem proportionalia lunulis; sed non habent ad illas eandem rationem, quam habent segmenta. En verba, prosequitur Adversarius, capitalem errorem continentia: Cum ergo in hac quadruplici serie fractionum nullæ aliæ ad 4 lunulas 9, $\frac{25}{4}$, 1 & $\frac{1}{4}$ eandem habeant rationem (debuisset addere $\equiv 9 : 16$) quàm $\frac{25}{4}$, $\frac{225}{64}$, $\frac{351}{64}$ & $\frac{1280}{1280}$; evidens est, etiam nullas alias, quàm has esse posse segmenta. Si propositio antecedens est vera, debet per demonstrata etiam consequens esse vera. Sed ratio $9 : \frac{25}{4}$ multiplicata imùm per 48, & divisa deinde per 27 est $\equiv 16 : 9$, ratio 2da $\frac{25}{4} : \frac{225}{64}$ multiplicata per 64 est $\equiv 400 : 225$; nam factor 64 est $\equiv 4 \times 16$. Omittendo itaque ex fractione $\frac{25}{4}$ denominatorem 4, fit reverà multiplicatio per 4; & multiplicando porro 25 per 16, habetur lunula $\frac{25}{4}$ multiplicata per 64, & dividendo deinde utrinque per 25, prodit ratio $400 : 225 \equiv 16 : 9$. Ratio 3tia $1 : \frac{351}{64}$ multiplicata per 64, & divisa porro per 39 est $\equiv 16 : 9$, & ratio 4ta $\frac{1}{4} : \frac{1280}{1280}$ multiplicata per 4, & per 320, (quia 1280 est $\equiv 4 \times 320$) est $\equiv 320 : 1280$, & divisa porro per 20, ut $16 : 9$. Ergo 4 fractiones adductæ (segmenta) sunt ad lunulas suas, ut $9 : 16$. Ergo error mihi objectus existit solum in imaginatione Adversarii. Ex Theoremate n. 2. explanato sua spontè fuit sequens ratiocinium.

5. Lunula cum quavis fractione inter segmentum defect. & exces. intermedia constituit rationem novam: quot igitur in quavis serie sunt fractiones diversæ, tot prodeunt etiam rationes diversæ, quarum aliæ ad veram sensim accedunt, aliæ ab ea paulatim recedunt. Si itaque per reductionem harum rationum ad terminos minimos in quavis serie prodeat tantum unica communis aliis seriebus, necesse est, ut hæc sit vera, siquidem lunula, quotquot dari possunt, nequeunt habere ad segmenta sua, nisi unicam & eandem rationem veram. Jam cum inter 6 rationes diversas 1mæ seriei, item inter 6 secundæ, item inter 10 tertiæ, item inter 5 quartæ seriei prodeat eadem ratio ut $16 : 9$, & eadem etiam semper emergat, siue denominatores communes 48, 64, 624, 1280 per alios numeros multiplicentur, siue denominator communis 64 ubique assumatur; assumto autem denominatore communi 7, 9, 36 vel 6; &c. nulla ratio cæteris seriebus communis oriatur, palam est, rationem $16 : 9$ esse legitime inventam, consequenter veram.

6. In confirmatione hujus Theorematis (n. 3) continetur argumentum simplicissimum quidem, sed invictum, nempe: Ex quovis segmento vero gaudente denominatore 64, quod assumitur pro Antecedente

te communi rationum inter lunulam defect. & excessivam intermedia-
ram, reperitur eadem lunula vera, quæ ex quadrato ejusdem diam- cui
segmentum respondet, invenitur; sed si quadrata diametrorum pro An-
tecedentibus assumpta, essent falsa; nunquam ex eis reperirentur lunulæ
veræ: ergo etiam, si segmenta pro Antecedentibus posita, essent falsa;
nunquam ex eis reperirentur lunulæ veræ. Ergo. Propositio major est
indubitata: nam positis diametris $= 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,$ &
assumtis deinde tam segmentis $\frac{9}{64}, \frac{36}{64}, \frac{81}{64}, \frac{144}{64}, \frac{225}{64}, \frac{324}{64}, \frac{441}{64}, \frac{576}{64},$
quàm quadratis iisdem diametris respondentibus, prodeunt semper
utroque modo lunulæ veræ.

7. Adversarius porro inquit: *Insuper propositionem suam funda-
mentalem, à qua recedit, non refutavi, ut cuique intelligenti bene me-
am Expositionem brevem patebit, sed ejus veritate in dubium vocata,
asserui, imam illationem tot vicibus non esse legitime factam, quod fal-
sis demonstrationibus evincere conatus est, peripheriam esse triplam dia-
metri cum $\frac{1}{3}$ ejusdem: id quod adeo patenter demonstravi, ut, cum non
possit evidentia refragari, neget, se aliquando hunc in modum fuisse ar-
gumentatum, dicitque: Indignus essem nomine Geometrae, si fecissem il-
lationem tam absurdam, atqui fecit, ergo. Falsum est, me recessisse à
propositione fundamentali, liquidem ex omnibus scriptis meis contrari-
um elucet; quomodo autem dictum illud: Indignus essem &c. sit intel-
ligendum, id liquet ex n. 4. At ne sine fundamento, pergit Adversarius,
adscribere ei videar illationem, quam ipsemet fatetur esse absurdam;
juvat in medium asserre demonstrationes, quas in diversis scriptis dedit
pro hac propositione: Peripheria est tripla diametri cum $\frac{1}{3}$ ejusdem.
En illarum primam, quæ habetur in scripto recenter edito sub titulo:
Circuli quadratura ostes demonstrata. Nequeo satis mirari astutiam
Adversarii, qui suam propriam illationem absurdam confundit cum mea
vera, cujus sensus est talis: Si diameter unius puncti concipiatur di-
visa per 7, 8 & 9; erit $\frac{1}{7}$ diametri $= \frac{1}{7}$ puncti; $\frac{1}{8}$ ejusdem $= \frac{1}{8}$ puncti,
& $\frac{1}{9}$ diametri $= \frac{1}{9}$ puncti. Jam cum peripheria sit diametri tripla cum
minori quàm $\frac{1}{7}$ & majori, quàm $\frac{1}{9}$ ejusdem; nequit quantitas excedens
triplum diametri esse alia, nisi $\frac{1}{3}$ ejusdem, h. e. $\frac{1}{3}$ puncti. (En illatio-
nem malam, exclamat hic Adversarius, quam Auctor ipsemet vocavit ab-
surdam, & quam refutavi sub nota b in Expositione brevi). Nam
quoniam puncto diviso in 7 particulas æquales, una earum constituat
quantitatem excedentem triplum diametri justâ majorem, diviso autem
puncto in 9 particulas, una earum reddit illam justâ minorem; ne-
quit punctum aliter concipi divisum, nisi in 8 particulas æquales, qua-
rum una quantitatem excedentem necessariò exhibet justam, quia $\frac{1}{8}$ pun-
cti est paulo minor, quàm $\frac{1}{7}$. & aliquanto major quàm $\frac{1}{9}$. Hic Ad-
versarius denuò exclamat: Quàm præclaræ ultimo hoc loco allatæ ra-
tiones! secusne vetula de magnitudine buccellarum panis ex visu judi-
cant?*

cant? Adversarius habet de *buccella panis* ideam æquè obscuram, ac de puncto: nam prior nihil aliud est, nisi frustulum panis ori inditum, seu inclusum, quod itaque ab aliis videri nequit: unde de magnitudine buccellarum nequidem homo tam acutè naris, ac est Adversarius, nedum vècula judicare potest. Jam vero punctum (non Mathematicum, quod est partium expers) est longitudo infinitè parva, nempe $\frac{1}{720}$ lineæ, $\frac{1}{720}$ digiti, & $\frac{1}{720}$ pedis. Si igitur cogitemus, unum punctum divisum esse in 7, aliud in 9, & 3tium in 8 particulas æquales; erit differentia inter particulas 1mi & 3tii puncti, item 2di & 3tii fere imperceptibilis: unde naturaliter loquendo, non potest assignari, nisi particula 3tii puncti h. e. $\frac{1}{3}$, quæ sit insensibiliter minor, quàm particula puncti 1mi, h. e. $\frac{1}{7}$, & insensibiliter major, quàm particula secundi puncti, h. e. $\frac{1}{9}$. Aliæ fractiones inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ puncti intermediæ, quæ ex variis reductionibus utriusque ad eandem denominationem oriuntur, sunt tantum imaginariæ, non autem reales.

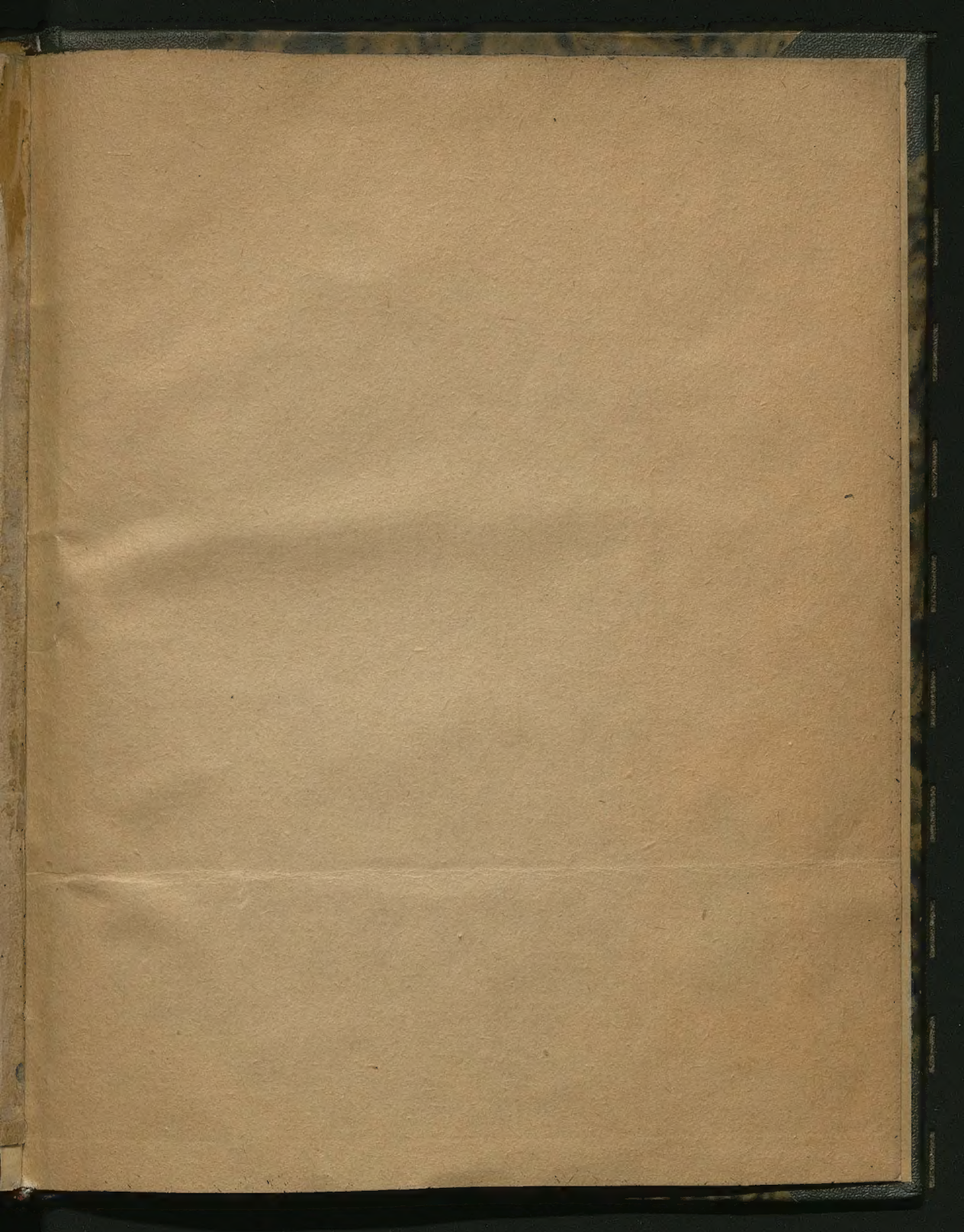
8. Argumentum triviale, quo Adversarius credit, se propositionem præcedentem in sua *Expositione* brevi sub nota *b* refutasse, ita sonat: Inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ diametri non unica est fractio intermedia $\frac{1}{8}$, sed innumera aliæ: nam reductis fractionibus $\frac{1}{7} = \frac{9}{63}$, $\frac{1}{9} = \frac{7}{63}$, & $\frac{1}{8} = \frac{7.5}{63}$, ad eundem denominatorem prodit $\frac{1}{7} = \frac{9}{63}$, $\frac{1}{8} = \frac{7.5}{63}$, & $\frac{1}{9} = \frac{7}{63}$, & $\frac{7.5}{63} - \frac{7}{63} = \frac{0.5}{63}$. Ex hac differentia addendo successivè $\frac{0.5}{63}$, $\frac{1}{63}$, $\frac{1.5}{63}$ &c. ad $\frac{1}{9}$; vel subtrahendo ab $\frac{1}{7}$, obtinebuntur 15 fractiones intermediæ, inter quas habebit etiam locum $\frac{1}{8} = \frac{7.5}{63}$. Ergo inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ non sola est fractio intermedia $\frac{1}{8} = \frac{7.5}{63}$, sed etiam $\frac{7.7}{63}$, $\frac{7.8}{63}$, $\frac{7.9}{63}$, $\frac{8}{63}$, $\frac{8.1}{63}$ &c. consequenter ratio vera diametri ad peripheriam potest esse vel 1:3.572 vel 1:3.584 vel 1:3.596 vel 1:3.608 vel 1:3.620 &c. non autem 1:3.632 = 1:3.6 = 8:25. Ad hoc respondeo imò: fractiones inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ puncti inventæ, sunt tantum entia rationis, quæ in rerum natura dari nequeunt: nam eo jure, quo Adv. concludit, punctum posse dividi in 504 particulas, eodem illud potest concipi distributum in 1000. Si itaque una earum assumatur pro diametro, erit periph: ejus tripla cum $\frac{1}{3}$, non autem cum aliquot 504000 particulis puncti. 2do inter $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{9}$ mensura, e. gr. lineæ, digiti, pedis &c. dantur quidem révera innumera fractiones intermediæ: non obstantibus tamen eis ratio diam. ad periph. = 8:25 manet inconcussa: nam quoniam per π . 2 & 3, item per §. 33. & 37. *Rationis vera* segmentum est ad lunulam, ut 9:16; evidens est, $\frac{1}{2}p - 1$, h. e. exponentem hujus rationis esse $\frac{9}{16}$, & $\frac{1}{2}p = \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16}$, consequenter p . integrum, h. e. exponentem rationis peripheriæ ad diametrum = $\frac{25}{8}$. Posita itaque diametro 1, peripheria est $\frac{25}{8}$, consequenter prior ad posteriorem, ut 1: $\frac{25}{8}$ = 8:25 = 1:3.625. Falsum est igitur assertum Adversarii, me arcas semicircularum, quorum diametri erant 6, 5, 2, 1; in *Methodo* unum per rationem 8:25 investigasse, & deinde segmenta ex eis deduxisse. 3tio. Inter $\frac{1}{4}$ & 0; $\frac{1}{2}$ & 0; $\frac{2}{3}$ & 0; $\frac{3}{4}$ & 0;

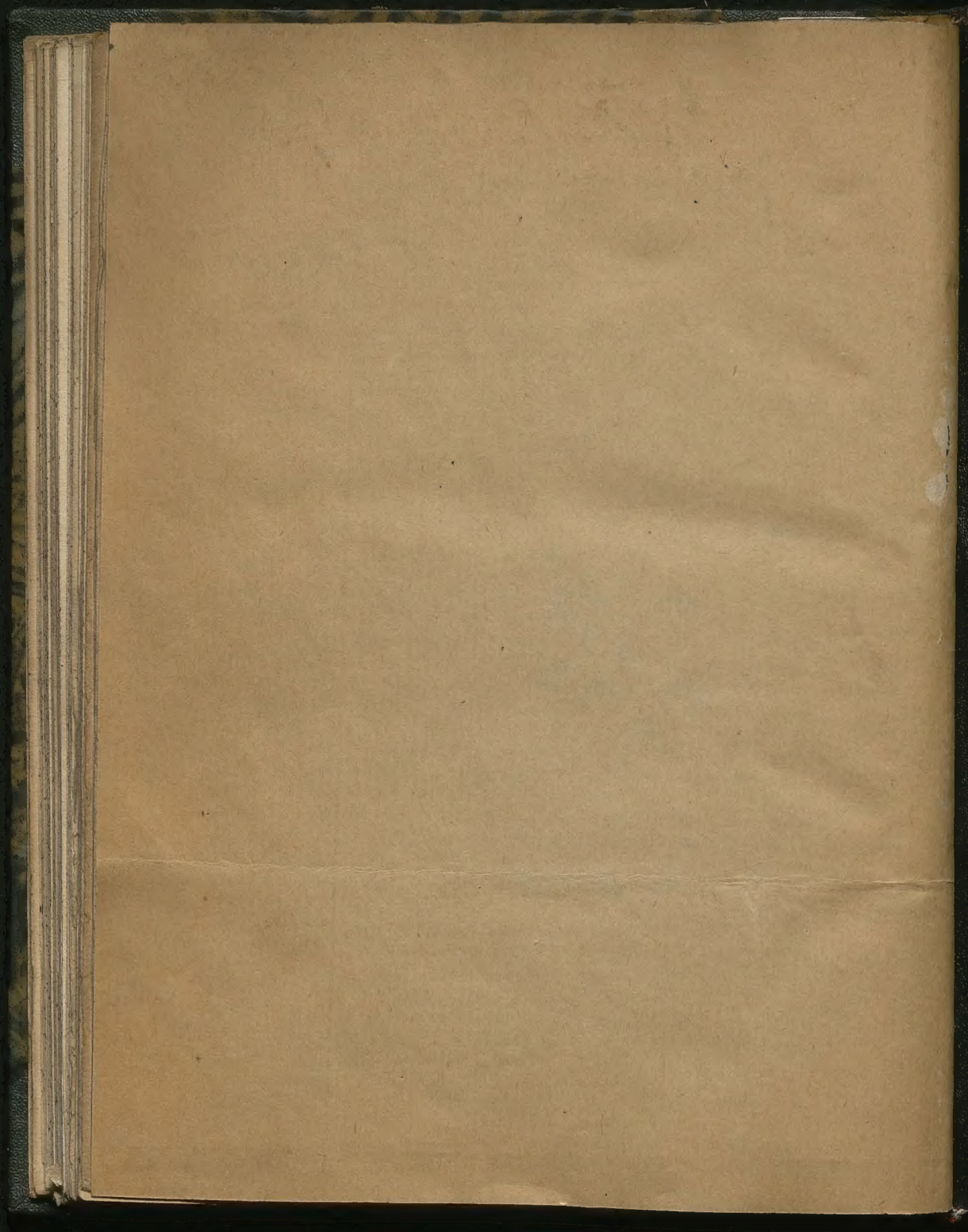
$\frac{1}{15}$; $\frac{2}{11}$ & $\frac{1}{12}$ &c. diametri, vide *Præfationem*, dantur longè plures fractiones intermedia, quàm inter $\frac{2}{7}$ & $\frac{1}{3}$ diametri: nihilominus tamen quantitas excedens triplum diametri nequit esse alia, nisi $\frac{1}{3}$ (§. 24. 25.). Ergo.

9. Quod tandem concernit 3tium punctum, hoc est æquationem mihi objectam, res ita se habet: Ad demonstrandum, segmenta esse ad lunulas, ut 9:16, usus fui hocce argumento: Posita diametro 8, produnt (per n. 2.) segmenta $\frac{64}{7}$ & $\frac{60}{9} = \frac{57\frac{2}{3}}{7}$ & $\frac{66\frac{2}{3}}{9}$, quæ ex se ablata relinquunt summam $x + y = \frac{124}{9}$; ex qua deinde intuli x seu excessum esse $\frac{2}{7}$, & y seu defectum $\frac{2}{9}$, consequenter $\frac{64}{7} - \frac{2}{7} = \frac{62}{7}$ & $\frac{66\frac{2}{3}}{9} + \frac{2}{9}$, esse segmentum verum, & rationem ejus ad lunulam = 9:16. Jam cum ex natura equalium constet, æquationem non tolli, quomodoenique quantitates unius membri per signa contraria transferantur ad alterum; palam est, etiam $\frac{64}{7} - \frac{2}{7}$ esse = $\frac{62}{7} + \frac{2}{7}$. Hinc Adversarius inquit: Ponat Auctor X = $\frac{2}{7}$ & y = $\frac{2}{9}$, utique etiam $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} = \frac{10}{21}$ & $\frac{2}{9} = \frac{14}{63}$ differentie segmentorum. Præterea cum sit ignotum, quodnam segmentum minus, quodnam autem magis à vero aberret; eodem jure X potest valere $\frac{2}{9}$ ac $\frac{2}{7}$, idem dicendum de y. Hæc obiectio solvitur tribus modis: 1. Numerator summæ $x + y = \frac{124}{9}$ est aggregatum ex denominatoribus 7 & 9 segmentorum falsorum $\frac{64}{7}$ & $\frac{60}{9}$; ergo per Theorema Problematis 2di, $\frac{2}{7}$ debet esse excessus & $\frac{2}{9}$ defectus, non autem vice versa. 2. In Theoremate 8vo reperiuntur 8 defectus, nempe: $\frac{6}{11}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{2}{25}$, $\frac{2}{27}$, $\frac{2}{29}$, $\frac{2}{31}$, $\frac{2}{33}$, & totidem excessus, scilicet: $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{21}$, $\frac{1}{23}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{27}$. Si itaque priores 8 partes ex segmentis excessivis auferrentur, & posteriores 8 ad defectiva adderentur; prodirent 8 segmenta ejusdem diametri 8 & lunulæ = 16, diversa, consequenter etiam 8 rationes ad lunulas diversa. Ergo in nostro casu nequit loco x poni y, & vice versa. 3. Variis in locis invictè demonstravi, diametrum esse ad peripheriam ut 8:25; ergo etiam segmentum debet esse ad lunulam ut 9:16.

10. Quoniam Adversarius, ut liquet ex n. 7, dubitat de veritate hujus propositionis: *Periph. est diam. 3pla cum minori, quàm $\frac{2}{7}$, & majori quàm $\frac{1}{3}$ parte ejusdem*, assumatur pro Antecedente communi rationis excc. numerus 100, & pro consequente successivè unis ex sequentibus 313, 314 usque ad 325 inclusive; ratio defect. autem adhibeatur ubique = 9:28, ita patebit, posita diametro 8 pro 3tio termino cujusvis proportionis, & factis deinde faciendis (§. 7. 22. 4. 6.) quantitatem excedentem 3plum diametri esse vicies sexies = $\frac{1}{3}$. Sed $\frac{1}{3}$ est minor, quàm $\frac{2}{7}$, & major, quàm $\frac{1}{3}$: Ergo. Calculus est facillimus institutu, quia denominator minor 9 solam differentiam imam cujuslibet ex 13 Operationibus exactè meretur: unde nusquam plures, quàm 2 partes determinari possunt. Hæc sunt, quæ Orbis eruditi judicio acutissimo omni, qua par est observantia, committo, spe fretus, tot Luminaria haud esse passura, ut veritates tam evidenter demonstratæ ecclipsentur.







Biblioteka Jagiellońska



stdr0026012

Introlig: K. Wójcika
Zwierzyniecka 10

